

12^{3º ESO}

Es completamente utópico aprender matemáticas sin resolver ejercicios

Godement. Matemático



Funciones

ÍNDICE:

- DISTANCIA DE SEGURIDAD
- 1. VARIABLE
- 2. TABLAS
- 3. GRÁFICAS
- 4. PROPIEDADES
- 5. FÓRMULA DE UNA FUNCIÓN
- 6. FUNCIÓN

DISTANCIA DE SEGURIDAD

La distancia de seguridad en circulación es la separación mínima que debemos guardar con el coche anterior para tener tiempo para frenar ante un imprevisto.

Según las normas que dan en tráfico, una manera sencilla de calcularla es la siguiente: debemos ir a 2 segundos de distancia del coche delantero.

Una manera de contar 2 segundos sin necesidad de mirar al reloj es la siguiente:

Debemos tomar un punto de referencia en la carretera por el que pase el coche que va delante de nosotros, por ejemplo una baliza del arcén, y nos tendría que dar tiempo a decir 101–102, de forma pausada, antes de llegar a dicho punto.



Rellena la tabla siguiente:

Velocidad	Distancia de seguridad
40 Km/h	
80 Km/h	
120 Km/h	
160 Km/h	
200 Km/h	

1. VARIABLE

- Es una expresión numérica que varía. Por lo tanto, es lo contrario de una constante.
- Completa las frases de la siguiente tabla.

<ul style="list-style-type: none"> • Tu edad es... • El coste de una llamada telefónica es ... • La duración de la noche es ... • La presión atmosférica es una ... • La superficie de un cuadrado... 	una variable y depende de ...	<ul style="list-style-type: none"> • el año en que estemos • • • •
Sin embargo:		
<ul style="list-style-type: none"> • La ebullición del agua • El número π • El nivel del mar en Alicante • La duración del año solar 	es una constante y su valor es...	<ul style="list-style-type: none"> • 100 °C • • •

En sentido físico es una magnitud; es decir, todo aquello que se puede medir.

Toda magnitud tiene una unidad que es la cantidad de ella que tomamos como referencia.

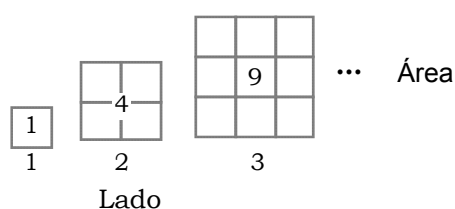
En los ejemplos anteriores: horas, años, grados, atmósferas o milibares.

2. TABLAS

- Según hemos visto antes la variación de una variable siempre suele estar relacionada con otra variable. Se llama **FUNCIÓN** a la relación de dependencia que existe entre dos variables.

Una tabla es una de las formas de recoger dicha relación.

Por ejemplo, el área de un cuadrado varía de esta forma según la longitud de su lado:

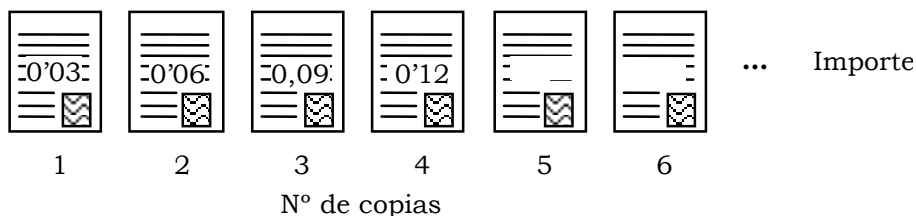


Si lo recogemos en una tabla quedaría de esta manera:

lado	área
$x \text{ (m)}$	$y \text{ (m}^2\text{)}$
0	0
1	1
2	4
3	
4	

El área de un cuadrado depende de su lado. Dicho de otra manera el área del cuadrado está en función de lo que valga su lado. Y tanto el área del cuadrado como el lado son dos variables.

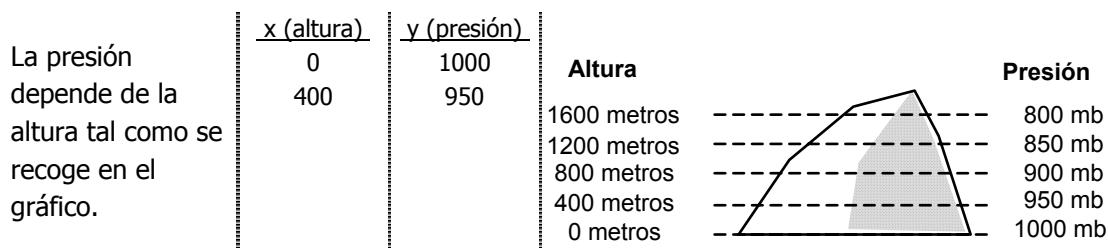
Otro ejemplo: El importe de un nº de fotocopias (a 0,03 € la copia).



nº de copias	importe
x (unidades)	y (€)
0	0'03
1	0'06
2	0'09
3	
4	

El importe de las fotocopias depende del nº de fotocopias hechas. Y la tabla recoge dicha relación. De igual modo ahora el nº de copias es variable y el precio de las mismas también.

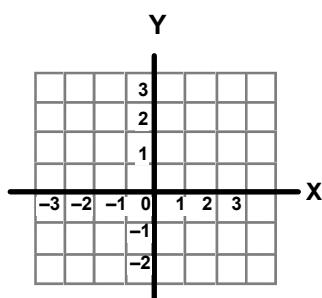
• Por último ponemos la relación entre la altura y la presión atmosférica. Completa la tabla siguiente según la gráfica:



3. GRÁFICAS

EJES CARTESIANOS

• Para situar un punto en el plano necesitamos dar dos referencias: la horizontal y la vertical. Son los ejes cartesianos. Por ejemplo,



- Dibuja el punto A (3, 1).
 - El punto B (-1, 2)
 - El punto C (-3, -2)
 - El eje horizontal —X— se llama de abscisas.
 - El eje vertical —Y— se llama de ordenadas.
- Todo punto tiene sus dos coordenadas. La abscisa y la ordenada.

Primero se da la coordenada X —horizontal— y después la coordenada Y —vertical—

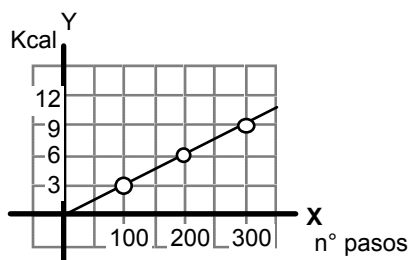
El eje X se ordena de izquierda a derecha. Y el eje Y de abajo arriba. El cero es el mismo para los dos ejes y se llama origen de coordenadas.

GRÁFICA DE UNA TABLA

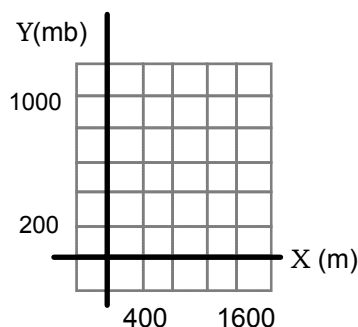
• El segundo método para expresar la variación de una variable con respecto a otra es la gráfica. Para ello basta representar las parejas de números relacionadas, recogidos en la tabla, en los ejes de coordenadas.

Por ejemplo, cada 100 pasos consumimos 3 Kilocalorías, ésta es la gráfica que relaciona los pasos dados andando con las kilocalorías consumidas. La gráfica la sacamos de la información de su tabla.

x (p)	y(Kcal)
100	3
200	6
300	9
400	12
500	15



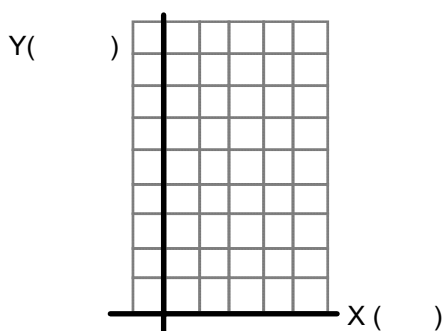
Representa ahora tú a la derecha, la función que relaciona la presión con la altura según la tabla de valores de más arriba



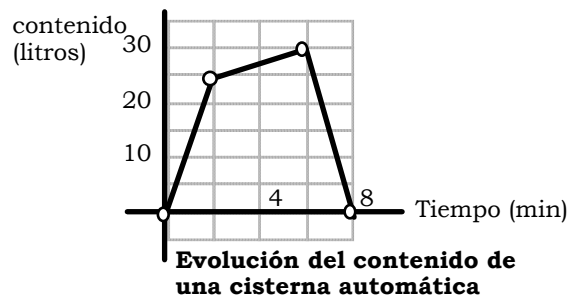
Haz la gráfica que relaciona el área de un cuadrado—x— con el lado del mismo—y—.

Utiliza tan sólo los valores recogidos en la tabla de la derecha.

$\frac{x}{y}$	$\frac{y}{x}$
0	0
1	1
2	4
3	9



Ahora con los puntos señalados en la siguiente gráfica construye una tabla a la derecha, que relacione ambas variables. Responde antes a las preguntas



Variable X:

Unidad:

Variable Y:

Unidad:

 x y

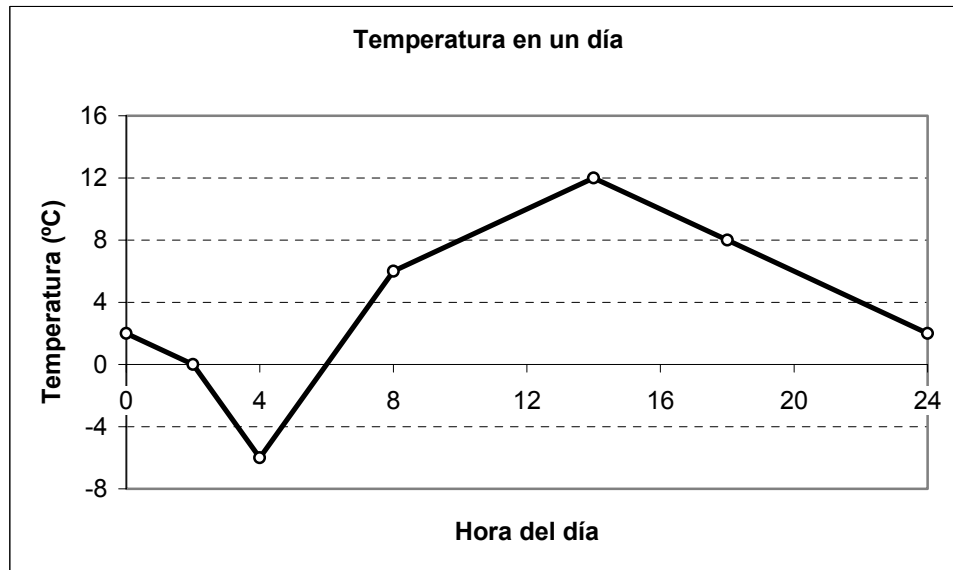
4. PROPIEDADES

• Vamos a comentar los aspectos más sobresalientes de una función a la vista de su gráfica:

MÁXIMOS Y MÍNIMOS

• Como indica su nombre son los valores extremos que toma la función.

En la gráfica siguiente se muestra la evolución de la temperatura en una ciudad a lo largo de un día.



¿A qué horas se alcanzan las temperaturas extremas y cuánto valen?

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

• Se dice que una función crece si aumenta. Se dice que decrece si disminuye.

A los valores en que ocurre esto se les llama intervalos de crecimiento o decrecimiento.

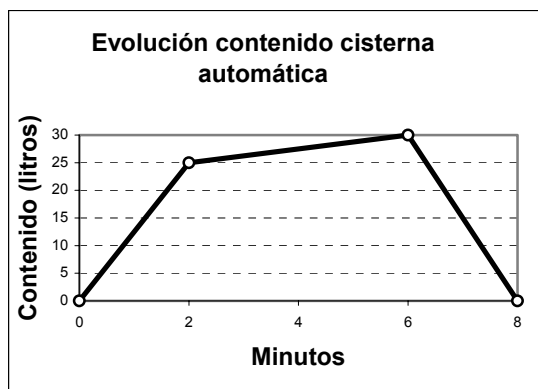
• En el ejemplo anterior:

¿En qué intervalos la temperatura va aumentando?

¿En cuáles decrece?

Si fuese la evolución de las temperaturas en una ciudad española, ¿a qué época del año corresponden? ¿de qué tipo de ciudad puede tratarse?

PERIODICIDAD



Variable X:

Unidad:

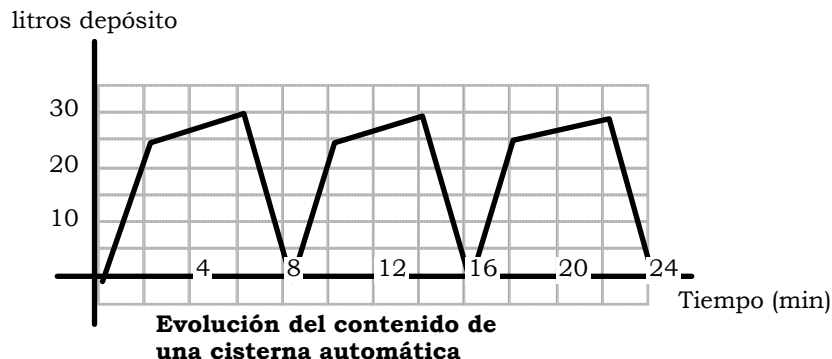
Variable Y:

Unidad:

x y

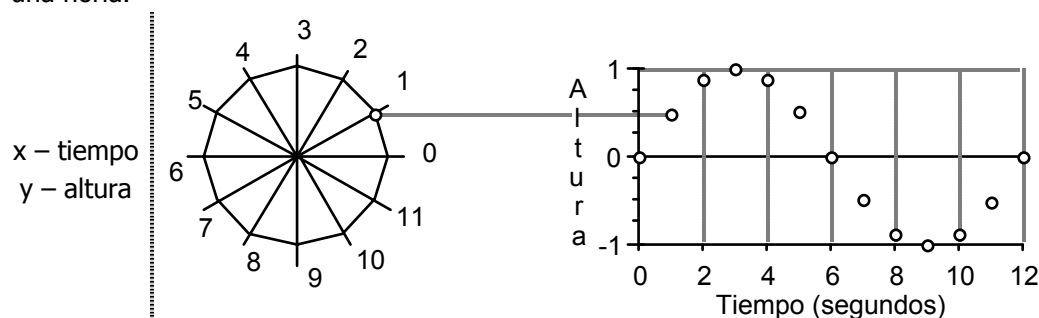
- ¿Cuánto tiempo tarda en llenarse?
- ¿Cuánto tiempo tarda en vaciarse?
- ¿Cuál es el contenido máximo del depósito?

- Hay funciones que repiten sus valores después de un intervalo determinado. A dicho intervalo se le llama periodo de la función.
Por ejemplo, el caso anterior.



El periodo completo de la cisterna es de

Otro ejemplo de función periódica muy familiar es la altura que alcanza la cabina de una noria.



¿Cuál es el periodo de la función anterior?

¿En qué zona del recorrido se sube y baja más rápidamente?

5. FÓRMULA DE UNA FUNCIÓN

• Por último la forma más breve, sencilla y útil de definir la relación entre dos variables es dar su fórmula.

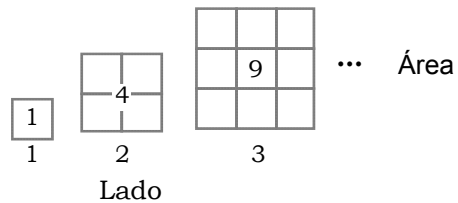
La fórmula es la relación numérica que existe entre las dos variables.

$$y = f(x)$$

Esto significa "y es función de x"

Por ejemplo, $y = x^2$ es la fórmula que relaciona el área de un cuadrado con su lado.

Porque el área de un cuadrado es igual al cuadrado del lado



Ejercicio.— Las fotocopias son a 0'03 €. Expresa la fórmula que relaciona el nº de fotocopias —x— con el precio—y—

• Para obtener la tabla de la función a partir de una fórmula se hace dando valores a la primera variable. Es decir, a la **x**, después se calculan con la fórmula los correspondientes de la **y**. La gráfica se obtiene de nuevo a partir de los puntos de la tabla.

Por ejemplo, vamos a obtener una tabla a partir de la fórmula siguiente:

Fórmula:	Tabla:		Cálculo:	Gráfica:
$y = -2x + 3$	<u>x</u>	<u>y</u>		
	-2	7	$y = -2(-2) + 3 = 7$	
	-1	5	$y = -2(-1) + 3 = 5$	
	0	3	$y = -2 \cdot 0 + 3 = 3$	
	1	1	$y = -2 \cdot 1 + 3 = 1$	
	2	-1	$y = -2 \cdot 2 + 3 = -1$	

6. FUNCIÓN

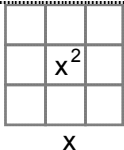
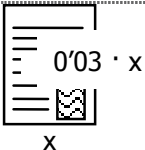
Resumiendo lo visto hasta el momento, se llama función a la relación de dependencia que establecemos o existe entre dos variables que intervienen en un fenómeno.

Llamaremos variable independiente a la que tomamos como referencia. La representaremos por la letra x.

Llamaremos variable dependiente a la variable que depende de los valores de la independiente.

$$y = f(x)$$

Expresa la relación de dependencia y se lee "y es función de x"

<ul style="list-style-type: none"> El área de un cuadrado es función de la longitud de su lado. Su fórmula es: $y = x^2$. 		<ul style="list-style-type: none"> El precio de las fotocopias es función del nº de copias. Su fórmula es: $y = 0'03 \cdot x$ 	
---	---	---	---

A una de las variables se le llama variable dependiente, porque su valor depende de la otra variable, y se representa normalmente con la letra **y**.

En los ejemplos anteriores es variable dependiente: el área del cuadrado, el coste de la llamada telefónica, el precio de las fotocopias.

A la otra variable se le llama variable independiente, porque varía libremente, y se representa normalmente con la letra **x**.

En los ejemplos anteriores es variable independiente: el lado del cuadrado, el tiempo de conversación telefónica, el nº de fotocopias. Todos estos valores varían a libertad.

- Completa la siguiente tabla:

y	es función de	x
<ul style="list-style-type: none"> El coste de una llamada telefónica. El precio de una bolsa de naranjas. La duración de la noche La presión atmosférica 		<ul style="list-style-type: none"> la duración de la misma.

Ejercicio.— En las siguientes situaciones escribe debajo de cada variable si se trata de dependiente o independiente

Fenómeno de estudio	Variable...	Variable...
Reponer combustible en el coche	Litros de gasolina que echo Variable	El precio del combustible Variable
La superficie de un círculo que dibujo	La superficie	El radio del círculo
Arreglo casero	El coste de la reparación	Las horas de trabajo